

2023 Workshop on Moebius Geometry and Related Topics

Fujian Normal University
School of Mathematics and Statistics

5. 19—5. 22, 2023

一、会议信息

子流形的 Moebius 几何是微分几何研究中的经典主题，其中的多个猜想如 Willmore 猜想及其推广、Cecil-Chi-Jensen 关于 Dupin 超曲面的猜想是国际几何学界关注的重要研究课题。近些年来国内在此领域相关研究进展很多，本次几何工作营将聚焦于相关的研究进展，并针对相关公开问题探讨进一步的研究计划。

● 学术委员会

王长平（福建师范大学）

马翔（北京大学）

李同柱（北京理工大学）

● 组织委员会

吕楹（厦门大学）

王鹏（福建师范大学）

谢振肖（中国矿业大学·北京）

● 邀请报告人

陈世炳（中国科学技术大学）

李同柱（北京理工大学）

吕楹（厦门大学）

马翔（北京大学）

王鹏（福建师范大学）

谢振肖（中国矿业大学·北京）

二、会议日程表

会议地点：福州奥体梅园酒店仓山厅

用餐地点：301 厅

日期	时间	事项	主持人
5月19日	全天	奥体梅园登记入住	
	18:00	晚餐	
5月20日	8:30-8:40	开幕式	
	8:40-9:40	马翔（北京大学） 球面与圆柱面的“紧箍咒定理”-----平均曲率刚性定理与形变	王长平
	9:40-10:40	陈世炳（中国科技大学） 最优传输中的自由边界	范林元
	10:40-11:00	茶歇	
	11:00-12:00	吕楹（厦门大学） 洛伦兹空间中的拟全脐曲面	钟景洋
	12:00	午餐	
	14:30-15:30	李同柱（北京理工大学） A classification theorem of complete self-shrinkers in R^{n+1}	宋宇萍
	15:30-16:00	茶歇	
	16:00-17:00	谢振肖（中国矿业大学·北京） The Willmore-stability of the Clifford torus and Veronese 2-sphere in CP^2	林燕斌
	17:30	晚餐	
5月21日	8:30-9:30	王鹏（福建师范大学）	叶楠

		Willmore surfaces in spheres: geometry, analysis and topology	
	9:30-10:20	茶歇	
	10:20-12:00	主题讨论	王孝振
	12: 00	午餐	
	14:00-17:00	自由讨论	
	17:30	晚餐	
5月22日	离会		

三、学术报告题目和摘要

1. 最优传输中的自由边界

陈世炳（中国科学技术大学）

在图像检索等现代应用中需要用到只传输一部分物资的最优传输理论,即所谓最优部分传输,这个问题中参与传输的物资与不参与传输的物资被一个自由界面所分割。Caffarelli-McCann 在他们【Annals 2010】的文章中中考虑了这个数学模型且证明了自由边界的 $C^{1,\alpha}$ 正则性,而更高阶的正则性作为一个重要的公开问题在他们文章的引言中提出。在这个报告中,我将介绍我们最近的一个工作,在这个工作中我们彻底解决了 Caffarelli-McCann 的这个问题。

2. A classification theorem of complete self-shrinkers in \mathbb{R}^{n+1}

李同柱（北京理工大学）

Let $X: M^n \rightarrow \mathbb{R}^{n+1}$ be a complete self-shrinker. In this paper, we prove that if the squared norm of the second fundamental form S of X is constant, then $S=0$ or $S=1$. Further we classify the n -dimensional complete self-shrinkers with constant norm of the second fundamental form in \mathbb{R}^{n+1} . This work was jointed with Chen Yayun.

3. 球面与圆柱面的“紧箍咒定理”

-----平均曲率刚性定理与形变

马翔（北京大学）

报告开始于一个简单的问题: 给定一个球冠, 固定其边界和边界处的法向, 我们能否扰动它, 使得扰动后具有较大或较小的(平均)曲率?

作为背景, 我们将介绍 Gromov 的一个定理及 Souam 的“初等”证明, 揭示平均曲率刚性现象。Gromov 的定理说, 一个欧氏空间的超平面, 如果想在它的一个紧子集上做一个扰动, 同时保持它的平均曲率 H 非负, 则这种变形是不存在的。本报告中, 我将解释 Souam 的论证思路, 用到的只是熟知的 tangency principle。

随后我将报告我们推广到球面和圆柱面的刚性/非刚性结果, 以及证明的大体思路。这是与陈世炳(中国科大)和我指导的本科生王圣阳、胡百川讨论、合作的两篇论文的结果。

4. 洛伦兹空间中的拟全脐曲面

吕楹(厦门大学)

通过研究洛伦兹空间中拟全脐曲面的 Moebius 几何量, 尝试分类齐性的该类型曲面。由此可以观察到的现象暗示: 一、在这类曲面上很可能不存在整体良定的 Moebius 不变度量, 然而判断依据在高维情形却未必成立; 二、并非所有该类型曲面都能排除不变度量的存在, 因此说明不变度量的构造可能需要比传统路线更复杂更精细的方式。

5. Willmore surfaces in spheres: geometry, analysis and topology

王鹏(福建师范大学)

In this talk, we will review some recent progress on Willmore surfaces in spheres from several directions, mainly including classification of Willmore two-spheres, progress on Willmore conjectures for tori (or symmetric surfaces) and constructions of some minimal surfaces in H^4 . This is based on joint works with Prof. Dorfmeister, Prof. R. Kusner, Prof. Y. Lv, Prof. X. Ma, Prof. F. Pedit and Prof. C.P. Wang.

6. The Willmore-stability of the Clifford torus and Veronese 2-sphere in CP^2

谢振肖(中国矿业大学·北京)

Montile and Urbano conjectured that the Clifford torus in CP^2 minimizes the Willmore functional among all tori or among all Lagrangian tori. In this talk, using the second variational formula of the Willmore functional for closed surfaces we obtained, we prove that the Clifford torus in CP^2 is strongly Willmore-stable. A detailed proof will be shown. In addition, we will prove that the Veronese 2-sphere in CP^2 is Willmore-stable. This is a joint work with Prof. Changping Wang.